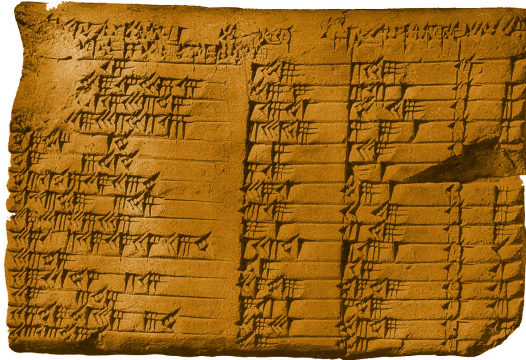
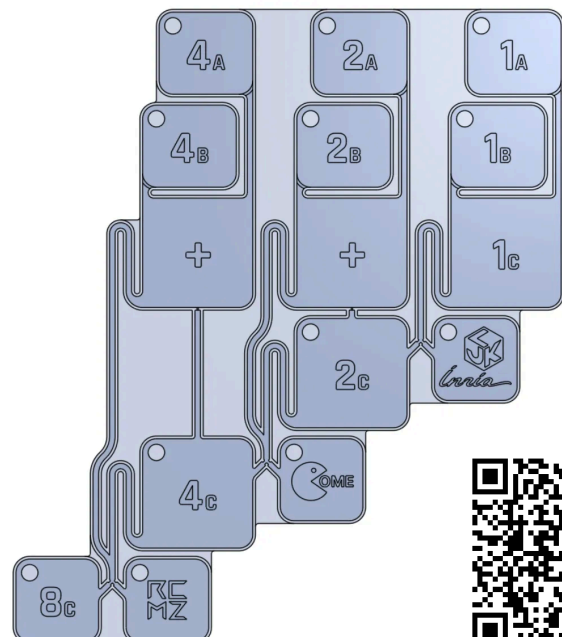
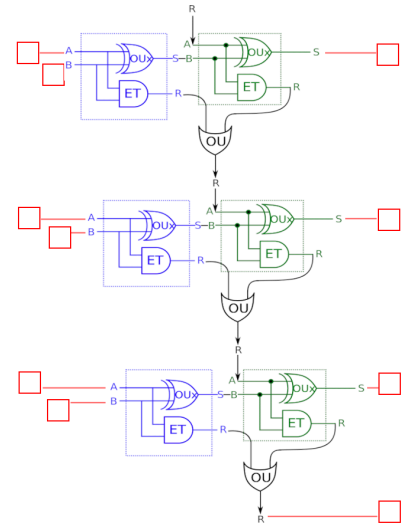
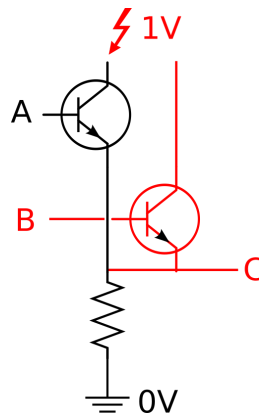
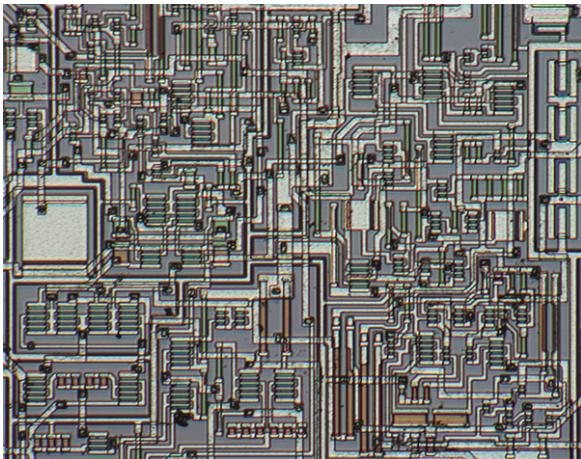


Comment comptent les ordinateurs... et les humains



Ebrahmi	—	=	≡	+	∕	∞	∩	∪	?
Hindou	०	१	२	३	४	५	६	७	८
Arabe	•	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
Médiéval	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Actuel	0	1	2	3	4	5	6	7	8



Représenter les nombres (et compter avec)

- Compter sur les doigts (dactylonomie)
(Variantes: entailles, cailloux (→“calculus”), jetons...)



- Pour compter jusqu'à 10 (5 par main) → 10 doigts ou signes.
“Binaire des doigts levés”: pourrait s'écrire 0, 1, 11, 111, 1111, ...

Addition: copier-coller les 1.

→ Facile, mais gros gaspillage de doigts ! 😊

- Compter jusqu'à 144 (12 par main): sur les phalanges (asie, égypte, celtes...)

Main gauche: 0 à 12

Main droite: compte les douzaines

Addition: +1+1+1...

- Chiffres romains: symboles I V X L C D M
... qui se modifient l'un l'autre.

I=1, V=5, X=10, L=50, C=100, D=500, M=1000 IV=4, VI = 6



→ Pas commode pour compter !

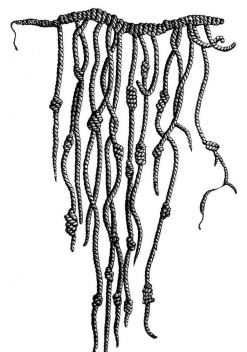
Addition: combien font DCLXXIV + CDXLVII ? et multipliés ? 😊

- Notation positionnelle (“chiffres arabes” / indos-arabes ~X^{ème} siècle et antérieur)
+ le zéro → Calcul facile 😊 !

Base 60, 20, 10, ... = N symboles, puis une colonne par “N”aines.

Ebrahmi		—	≡	≡	+	∩	⊖	∩	∩	∩
Hindou	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
Arabe	•	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
Médiéval	0	I	2	3	Ⓐ	ϥ	6	Ⓐ	8	9
Actuel	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

[source](#)



Quipu Incas

- **Décimal** (base 10): *chiffres* = symboles = 0, ... 9

$$\text{nombre} = \begin{array}{ccc} 4 & 2 & 8 \\ \times 100 & \times 10 & \times 1 \\ \hline & & = 428 \end{array}$$

10 dizaines

Addition:

$$\begin{array}{r} 09 \\ + 01 \\ \hline 10 \end{array} \quad \text{(symbole max +1} \rightarrow \text{retenue ajoutée colonne suivante)}$$

- **Base 5:** symboles = 0, ... 4

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 0 & 3 \\ \times 125 & \times 25 & \times 5 & \times 1 \\ \hline & & & = 428 \end{array}$$

Addition:

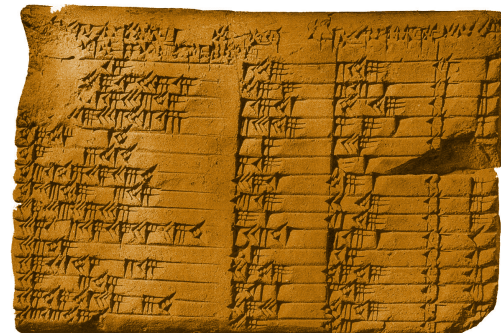
$$\begin{array}{r} 14 \\ + 01 \\ \hline 20 \end{array} \quad \text{(symbole max +1} \rightarrow \text{retenue ajoutée colonne suivante)}$$

- **Babylonien** (base 60):

(-XXème)

$$\begin{array}{ccc} \text{II} & \lll & \ll \text{II} \\ 1+1 & 10+10+10 & 10+8 \\ 2 & 30 & 18 \\ \times 3600 & \times 60 & \times 1 \\ \hline & & = 9018 \end{array}$$

(symboles jusqu'à 60: combine $\ll = 10$ $\text{I} = 1$)



tablette cunéiforme

comme par hasard 😊 : heures minutes secondes

- **Binaire:** symboles = 0, 1 bits:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \times 16 & \times 8 & \times 4 & \times 2 & \times 1 \\ \hline & & & & = 26 \end{array}$$

Table d'addition:

$$\begin{array}{l} 0+0 = 0 \\ 0+1 = 1 \\ 1+0 = 1 \\ 1+1 = 10 \end{array} \quad \text{(symbole max +1} \rightarrow \text{retenue ajoutée colonne suivante)}$$

→ Et avec vos doigts ? 😊

Avec 10 doigts: On peut compter jusqu'à... 1023. 😊

Avec 2 mains, on peut additionner 2 nombres jusqu'à 31
(mais il faut être souple 😊)

Logique Booléenne: plus simple que le calcul... pour fabriquer du calcul

0 = faux, 1 = vrai

“Table de vérité” de ET , il faut tout vrai			OU , il faut au moins 1 vrai			OU exclusif , 1 vrai, mais 1 seul			NON : contraire de		
A	B	S	A	B	S	A	B	S	A	S	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	NON	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1	NON	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0	1			
1	1	1	1	1	1	1	1	0			

NB: $OUx = (A \text{ ou } B) \text{ et non}(A \text{ et } B)$
 $ET = \text{non}(\text{non } A \text{ ou non } B)$

Portes logiques et Circuit Booléens:

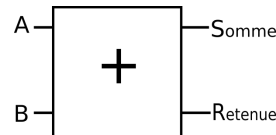
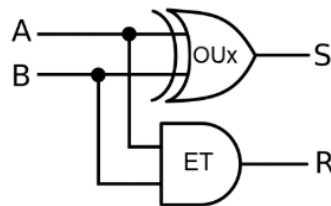
Logique en dessin → 2 fils pour l'entrée, 1 fil pour la sortie.



Comment faire une addition avec ça ?

Table d'addition:

A	B	R	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0
		↑	↑
		ET	OUx

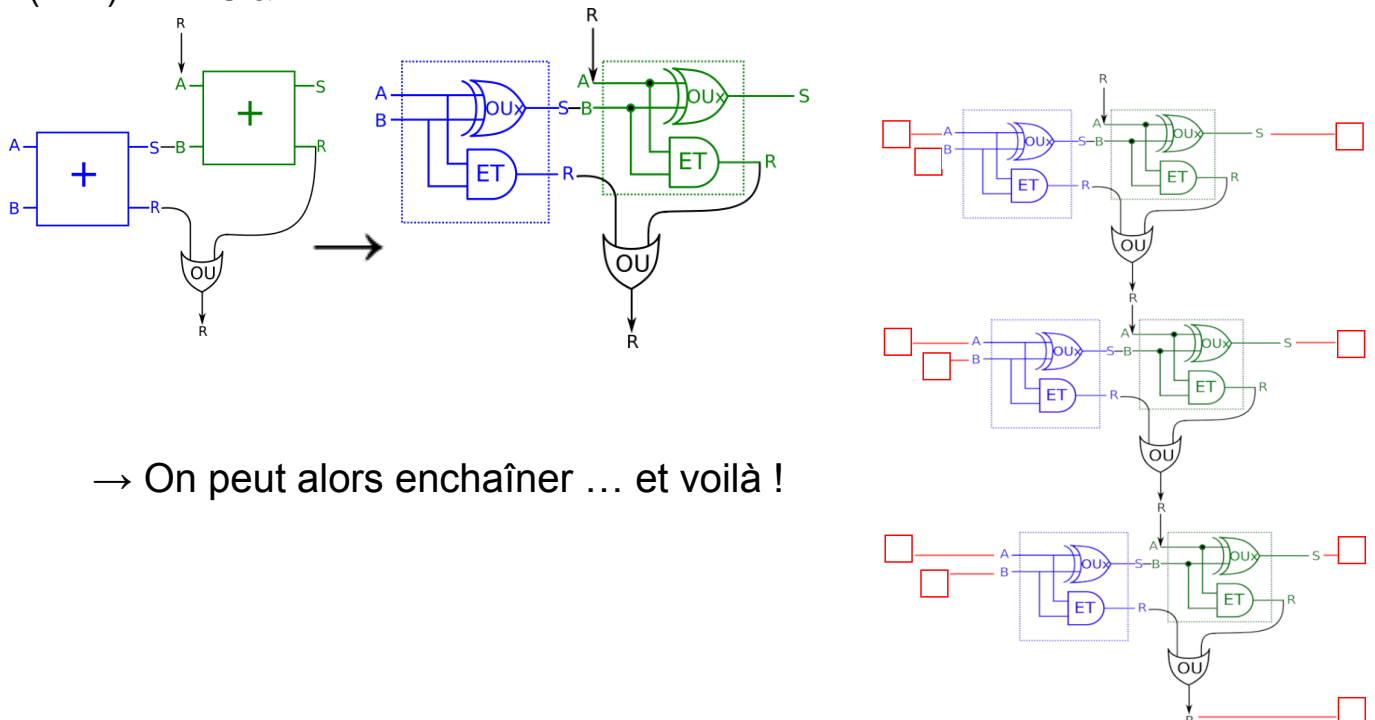


Et avec plusieurs chiffres ?

Il faut ajouter les deux chiffres,
mais ensuite il faut ajouter l'éventuelle retenue venue de plus bas:

$$(A+B)+R \rightarrow S \ \& \ R$$

AB S
11
01
10



→ On peut alors enchaîner ... et voilà !

Comment fabriquer une machine qui fait ça ?

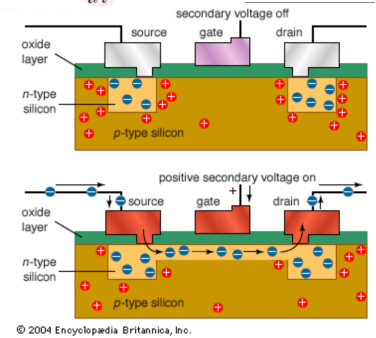
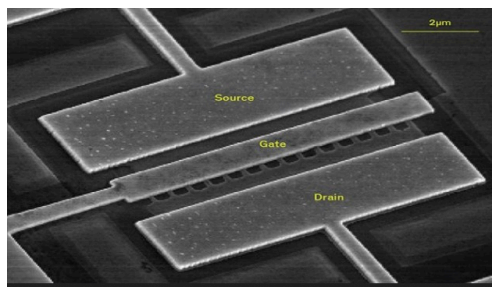
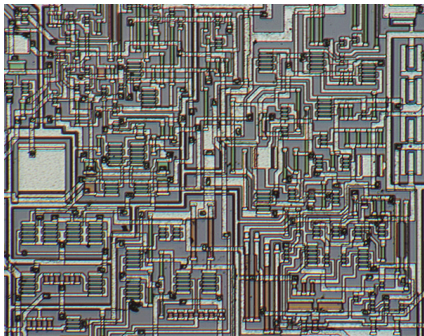
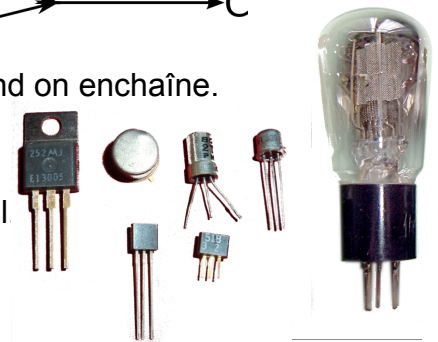
En électronique:

1 = courant , 0 = pas de courant

- Idée naïve: OU = on connecte les fil de courant. B
- Problème: il y aurait 2x plus de courant en C, et pire quand on enchaîne.

→ Version indirecte: A ou B **déclenche** C

→ On utilise un transistor = interrupteur contrôlé par un fil

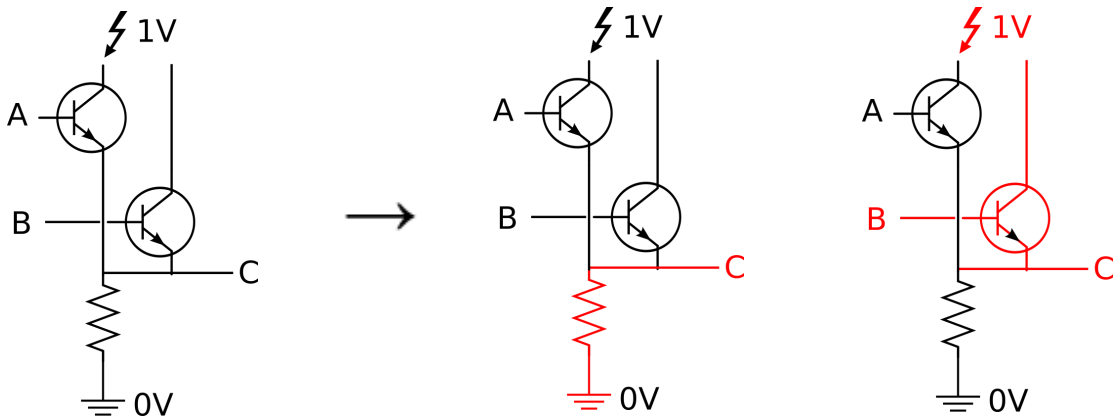


→ 1 = relié au courant (1V) , 0 = relié à la terre (0V)

Même principe que pour allumer une ampoule en C à partir d'interrupteurs A et B.

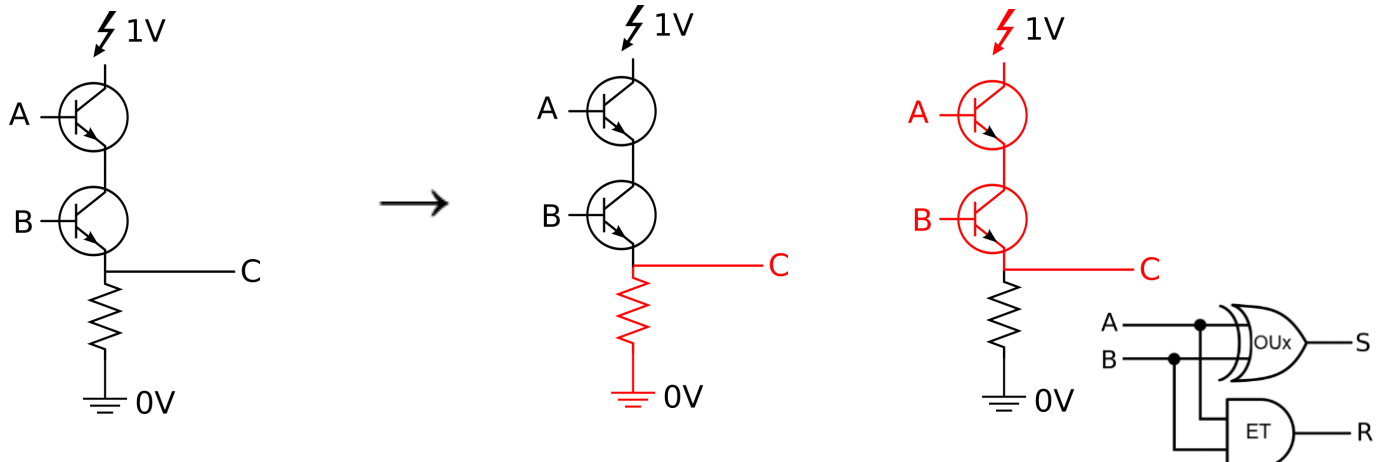
OU: en parallèle

A et B éteints: sortie C reliée à la terre. A ou B déclenchés: sortie C connectée au 1V



ET: en série

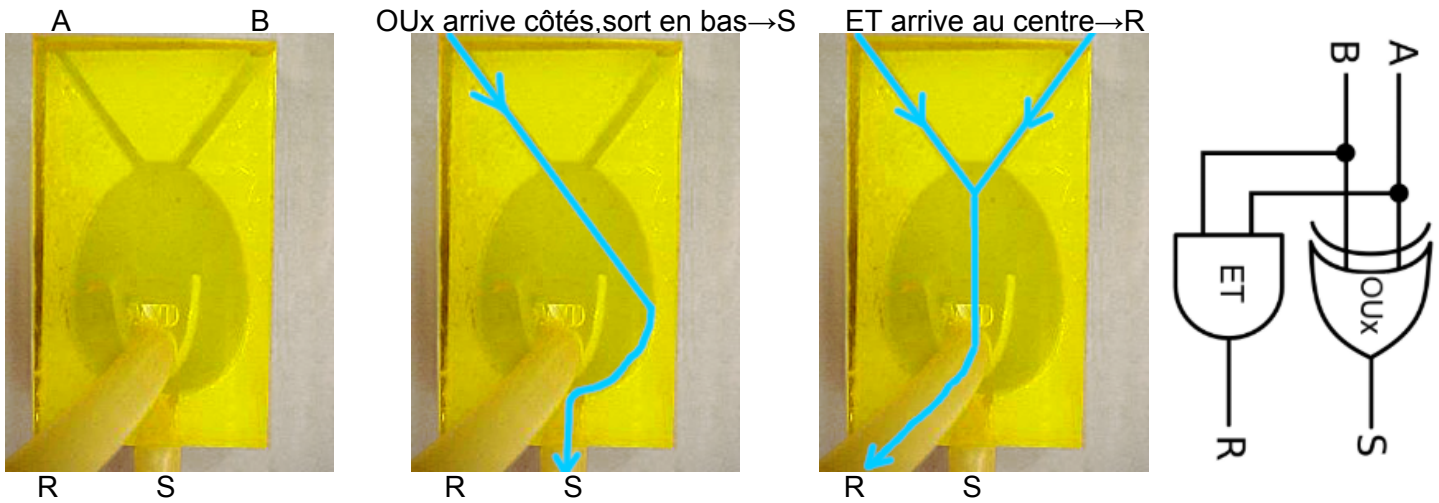
A et B éteints: sortie C reliée à la terre. A et B déclenchés: sortie C connectée au 1V



Comment fabriquer une machine qui fait ça ?

Composants à eau:

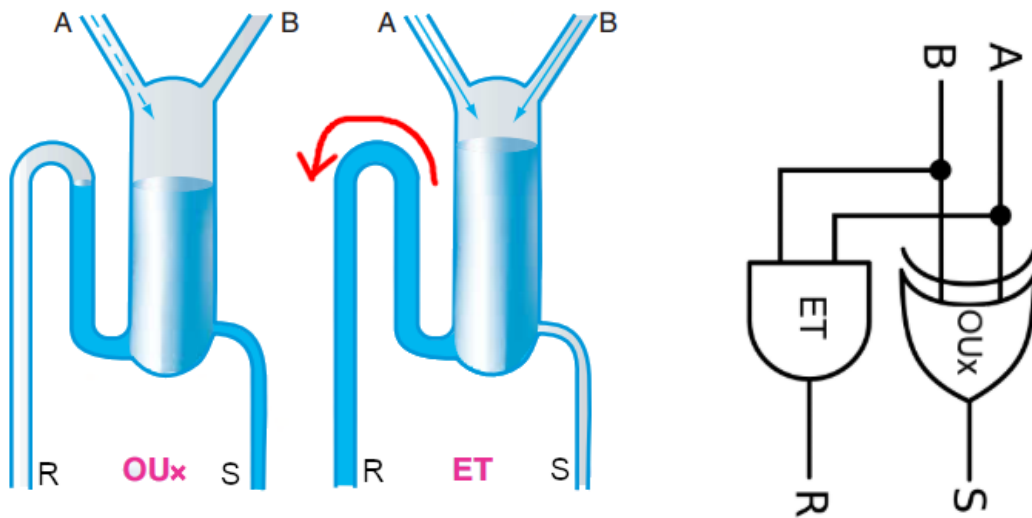
- **méthode 1:** 1 ou 0 = jets d'eau arrivent ou pas en A et B



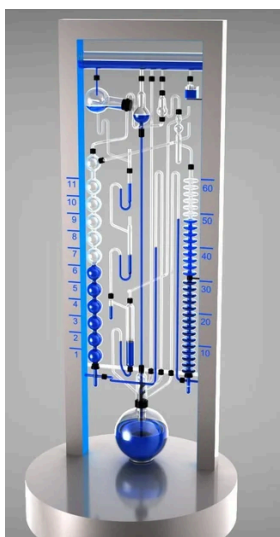
Problèmes: Les 2 jets doivent arriver pile en même temps (et 2 x + d'eau sort du ET)

- **méthode 2: Siphon de chasse d'eau**

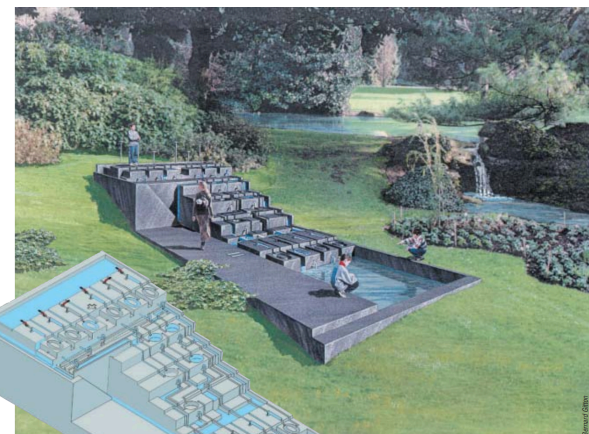
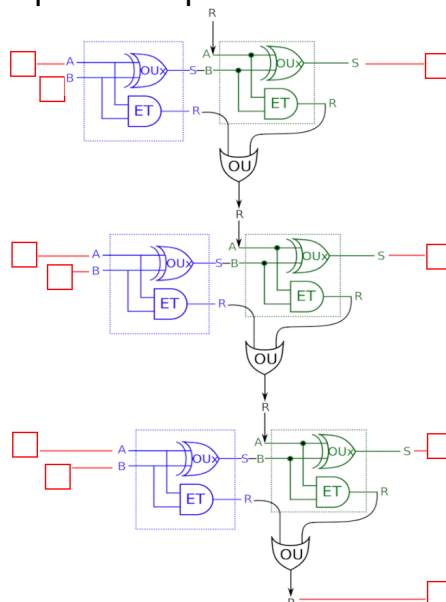
1+1 fait déborder, et vide tout rapidement (S s'écoule lentement)



Plus qu'à compléter les paires de **demi-additionneurs** et enchaîner !



horloge de Bernard Gitton



PROJET D'EAURDINATEUR HYDRAULIQUE additionnant trois chiffres binaires (aquarelle en haut et schéma à gauche).

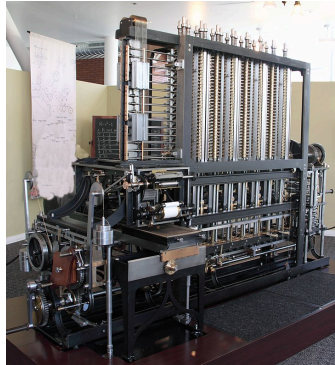
Comment fabriquer une machine qui fait ça ?

Plein d'autres calculateurs sans électronique:

- Avec des engrenages:



[pascaline](#) (1642)



[machine de Babbage](#) (1822/34)



[Curta](#) (1937)



calculatrices mécaniques (1850)

- Avec de l'hydraulique:

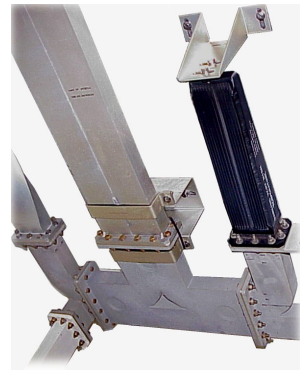
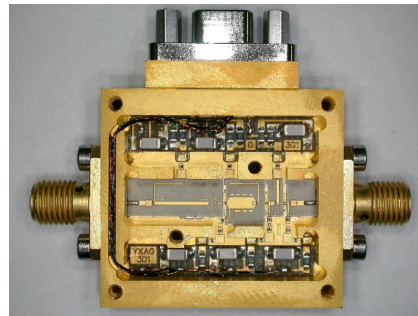


Boîte de vitesse automatique

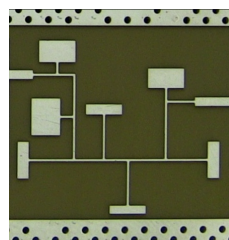
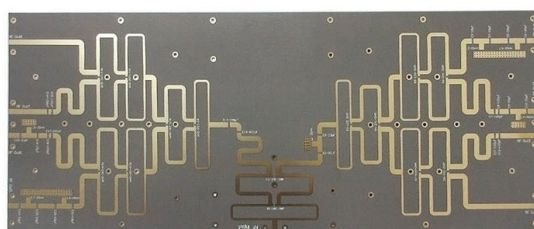
Entrée: régime moteur, accélérateur...

Sortie: valves déclenchant l'embrayage et déplaçant les engrenages

- Avec des ondes:

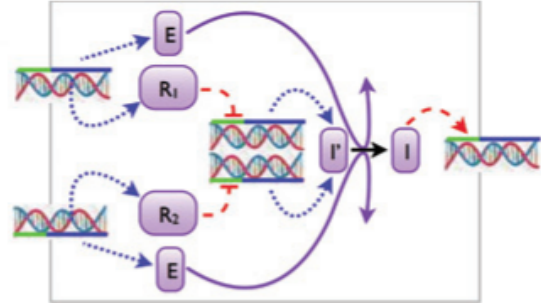
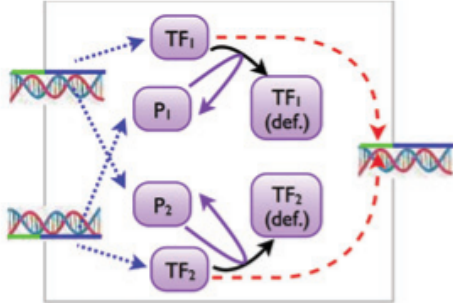


(Pistes ↓ ou tubes métalliques guides d'ondes ↗ ex: après antenne)



- Avec de la biologie:

- En ADN / ARN / protéines



- ~ Nos neurones ! Intégration synaptique

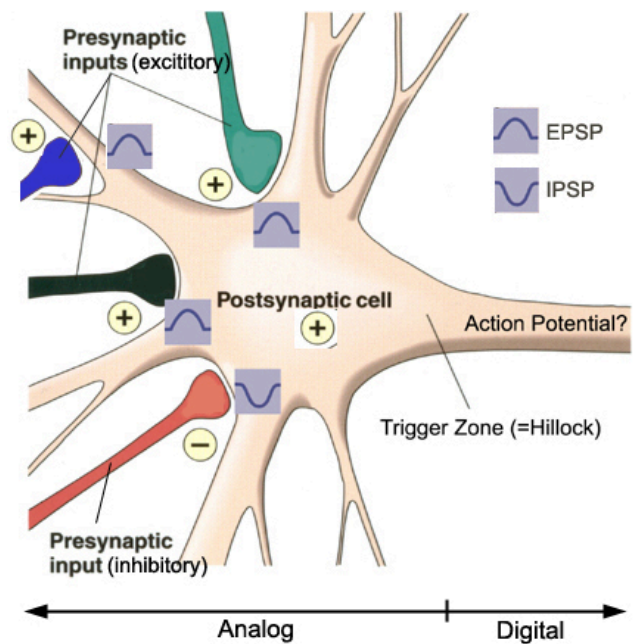
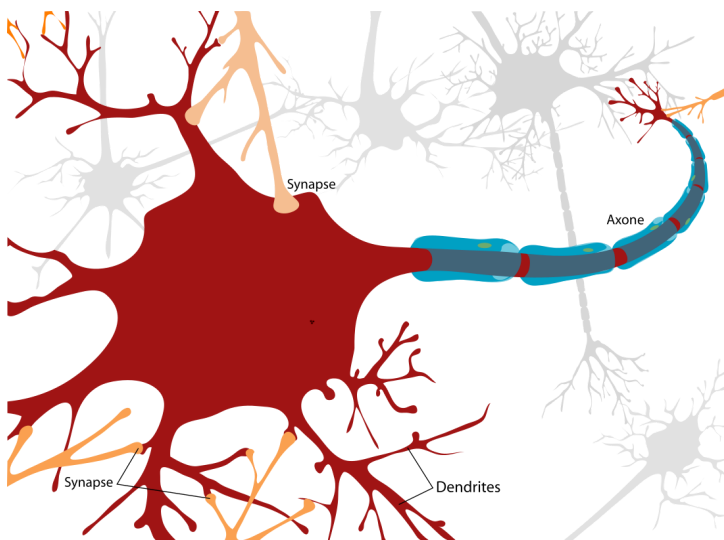
Le neurone se déclenche si excitation > seuil

→ OU = seuil bas ET = seuil haut

Synapses excitatrices ou inhibitrices

(Mais un neurone est + compliqué que juste un composant de logique Booléenne.

Pas d'additionneurs dans le cerveau... mais on devrait pouvoir 😊)

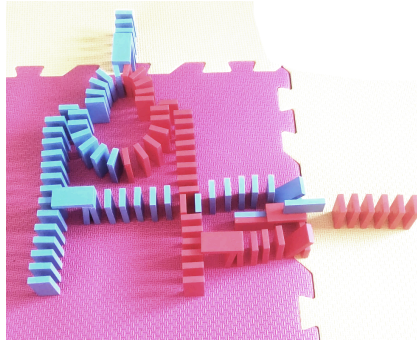


- Avec des dominos:

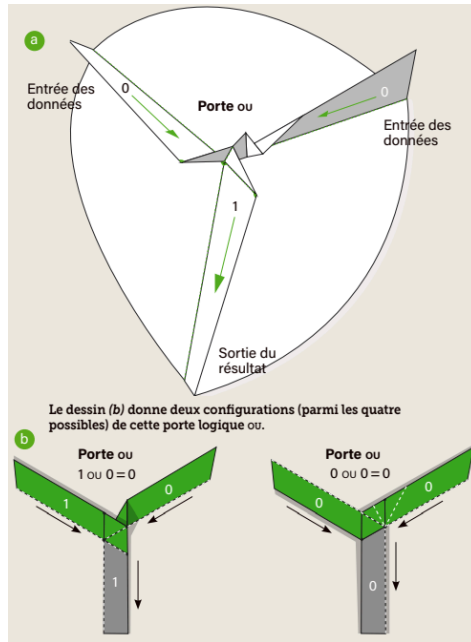
OU



Additionneur



- En origami:

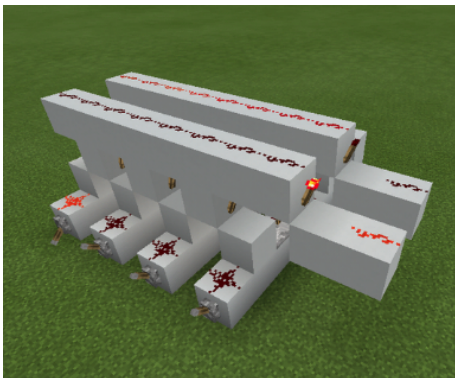


- En simulation: Minecraft ("redstone")

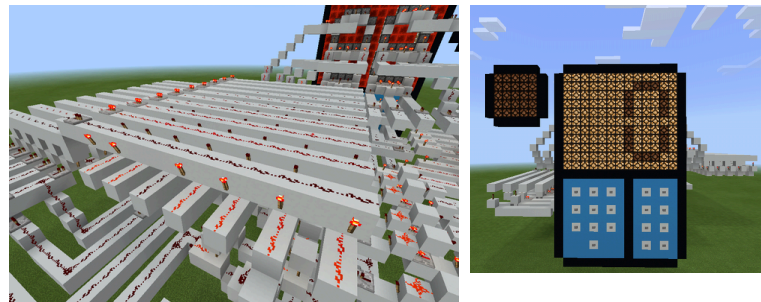
Composants redstone: blocs énergie, interrupteur, conducteur, torche (=NON)



Additionneur:



Avec afficheur :-):

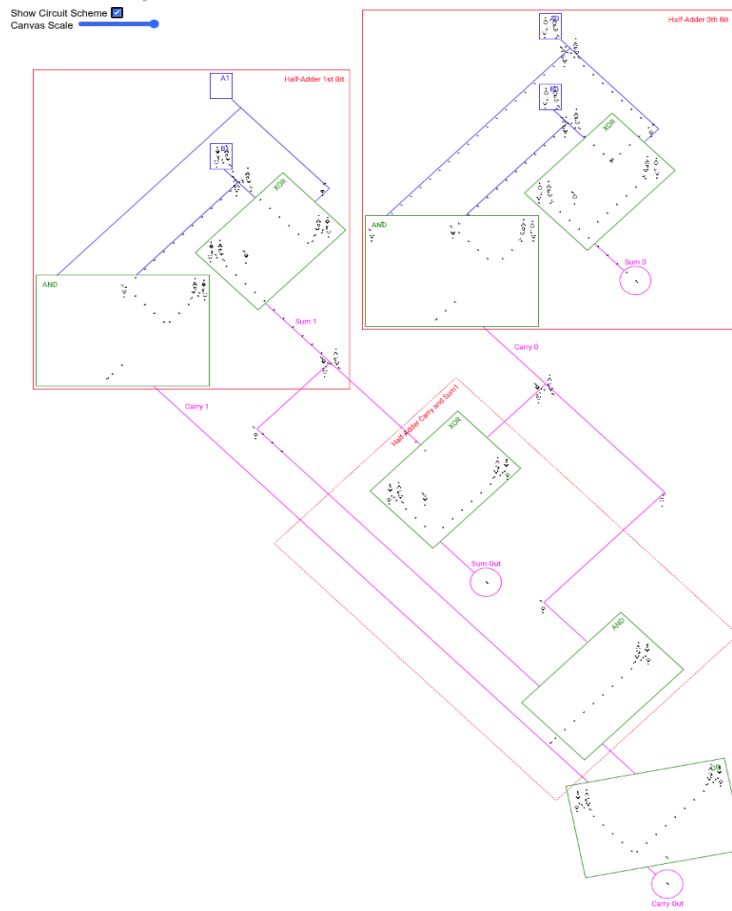


"ChatGPT" en redstone:
 (ou presque 😊)
 439 millions de blocs !



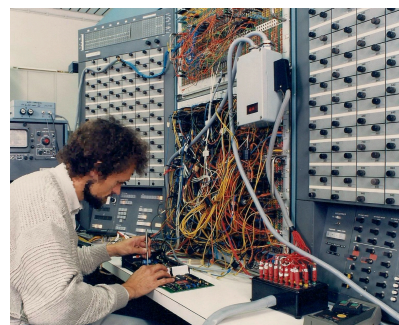
RAB:

- En "jeu de la vie" de Conway
additionneur:



- totalement différent:

Calculateur analogiques (mécaniques, électriques, à eau...)



[calculateur de marées](#) (Kelvin, 1872) [analyseur différentiel](#) (1928,35,44...), électrique (1952,86...) [machine de Phillips](#) simu économie (1949)